doi:10.3969/j.issn.1001-358X.2018.04.015

Kalman 滤波在建筑物沉降监测预报中的应用

伍锡锈
(广州市城市规划勘测设计研究院,广东 广州 510000)

摘要:文中研究了 Kalman 滤波方法在建筑物沉降监测数据处理中的应用,并利用模拟和实际观测数据,分别采用了标准 Kalman 滤波,抗差自适应 Kalman 滤波,双自适应因子滤波三种方案进行了滤波处理,比较和分析了各种方案的优点和不足,以指导实践应用。

关键词: Kalman 滤波; 建筑物沉降监测预报; 双自适应因子; 抗差自适应滤波
中图分类号:P258;TD325 **文献标识码:**A **文章编号:**1001-358X(2018)04-0058-05

Application of Kalman filtering in building subsidence monitoring and forecasting

Wu Xixiu
(*Guangzhou urban planning& design survey research institute*, *Guangzhou* 510060, *China*)

Abstract: Application of Kalman filtering method in building subsidence monitoring data processing was studied. Filtering was carried out separately using standard Kalman filtering, adaptively robust Kalman filtering, and dual adaptive factors filtering with the simulation and the actual observation data.
Advantages and disadvantages of the various programs were compared and analyzed to guide the practical application.

Key words: Kalman filtering; buildings subsidence monitoring and forecasting; dual adaptive factors; adaptively robust filtering

建筑物在施工或者运营阶段,变形监测是监测建筑物以保证安全性的一个重要技术手段,对变形监测数据处理就是及时有效地从带有观测误差的测量数据中提取出监测体变形信息的重要过程,并依据历史数据建立某种数学模型或根据技术经验作出下一阶段的变形量预测,及时做好预防工作,以保证建筑物变形量在可控制范围。在建筑物变形监测中,其中沉降监测是一项很重要的内容,对建筑物尤其是高层建筑进行沉降监测、分析和预报是一项很重要的工作[1-2]。

传统的数据处理方法是分期平差,求得监测点的三维位移值,然后在此基础上采用某种数学方法建立数学模型进行变形分析,如多元回归分析或者时间序列分析方法。由于建筑物的沉降是具有时间关联性的,沉降数据是时间序列上的动态数据,而针对动态系统,Kalman 滤波是一种有效的实时处理的计算方法,是以最小均方误差为准则的最佳线性估计[3]。在实践应用中时常由于观测粗差和动力学模型偏差扰动的存在,常使得标准 Kalman 滤波估计存有较大偏差,因而有学者提出引入1个整体自适应因子的抗差自适应 Kalman 滤波[4-7],或引入2个自适应因子的双自适应因子滤波[8-9],它们的思想是当观测信息或模型信息存在异常偏差时,所建立的滤波模型自适应降低异常偏差对于状态估计值的贡献,从而达到抗干扰偏差的目的。本文结合建筑物沉降监测应用特点,对两种滤波算法进行了研究和改进,以使得 Kalman 滤波方法能够更好地应用于变形监测数据处理。

1 标准 Kalman 滤波

Kalman 滤波模型构建所依赖的方程为:
状态方程

引用格式:伍锡锈. Kalman 滤波在建筑物沉降监测预报中的应用[J]. 矿山测量,2018,46(4):58-62.

$$X_k = \Phi_{k,k-1} X_{k-1} + \Gamma_{k,k-1} W_k \quad (1)$$

观测方程

$$L_k = A_k X_k + e_k \quad (2)$$

式中，X_k 为 t_k 时刻状态向量，$\Phi_{k,k-1}$ 为状态转移矩阵，W_k 为动力模型噪声向量，$\Gamma_{k,k-1}$ 为动态噪声矩阵，L_k 为观测向量，A_k 为设计矩阵，e_k 为观测噪声向量。

卡尔曼滤波计算步骤为:

(1) 存储 t_{k-1} 时刻的 $\hat{X}_{k-1}$ 和 $\sum_{\hat{X}_{k-1}}$;

(2) 计算预测状态向量

$$\overline{X}_k = \Phi_{k,k-1} \hat{X}_{k-1} \quad (3)$$

(3) 计算预测状态协方差阵

$$\sum_{\overline{X}_k} = \Phi_{k,k-1} \sum_{\hat{X}_{k-1}} \Phi_{k,k-1}^T + \Gamma_{k,k-1} \sum_{W_k} \Gamma_{k,k-1}^T = P_{\overline{X}_k}^{-1} \quad (4)$$

(4) 计算新息向量及其协方差矩阵

$$\overline{V}_k = A_k \overline{X}_k - L_k \quad (5)$$

$$\sum_{\overline{V}_k} = A_k \sum_{\overline{X}_k} A_k^T + \sum_k \quad (6)$$

(5) 计算增益矩阵

$$K_k = \Phi_{k,k-1} A_k \sum_{\overline{V}_k}^{-1} = P_{\hat{X}_k}^{-1} A_k^T P_k \quad (7)$$

(6) 求解新的状态估值

$$\hat{X}_k = \overline{X}_k - K_k \overline{V}_k \quad (8)$$

(7) 计算状态新的协方差矩阵

$$\sum_{\hat{X}_k} = (I - K_k A_k) \sum_{\overline{X}_{k-1}} (I - A_k^T K_k^T) + K_k \sum_k K_k^T \quad (9)$$

(8) 令 $k = k+1$，回到第 1 步。

从上述可看出，Kalman 滤波系统通过状态方程与观测方程来进行描述，Kalman 滤波的实质是一组递推计算公式，将观测值作为系统的输入，将观测值的估计值还有下一期的观测预测值做为输出，从而对系统状态进行估计和作出下一步预测。在建筑物沉降监测中，可将监测点的位置、位移速率、或者加速率作为状态参数向量，以观测得到的沉降位移等作为系统的输入，从而对状态参数向量进行预测和估计。

2　抗差自适应 Kalman 滤波

杨元喜院士提出抗差自适应 Kalman 滤波，其思想是当存在有动力学模型异常偏差时，则整体采用一个统一的自适应因子去调节模型信息对于状态估计值的贡献; 当存在有观测异常时，则对观测值的权阵采用抗差等价权矩阵。

抗差自适应滤波解形式如下:

$$\hat{X}_k = (A_k^T \overline{P}_k A_k + a_k P_{\overline{X}_k})^{-1} (A_k^T \overline{P}_k L_k + a_k P_{\overline{X}_k} \overline{X}_k) \quad (10)$$

式中，$\overline{P}_k$ 为观测值 L_k 的抗差等价权矩阵，a_k 为整体自适应因子。其中抗差等价权矩阵的计算中，权函数采用 IGGⅢ方案[10]，表示为:

$$\overline{p}_i = \begin{cases} p_i & \text{当} |\tilde{v}_i| \leqslant k_0 \\ p_i \dfrac{k_0}{|\tilde{v}_i|} \left(\dfrac{k_1 - |\tilde{v}_i|}{k_1 - k_0} \right)^2 & \text{当} k_0 < |\tilde{v}_i| \leqslant k_1 \\ 0 & \text{当} |\tilde{v}_i| > k_1 \end{cases} \quad (11)$$

根据新息向量特点，当滤波系统处于平稳状态时，可利用新息向量去判断观测向量是否存在显著偏差，本文研究改进 $\tilde{v}_i$ 为 $\overline{V}_k$ 的第 i 项分量标准化处理[11]，计算公式为 $\tilde{v}_i = |\overline{V}_k(i)| / \sqrt{\sum_{\overline{V}_k}(i,i)}$。一般取 $k_0 = 1.0 \sim 1.5$，$k_1 = 3.0 \sim 8.0$。

自适应因子 a_k 的计算函数为:

$$a_k = \begin{cases} 1 & \text{当} |\Delta \tilde{X}_k| \leqslant c_0 \\ \dfrac{c_0}{|\Delta \tilde{X}_k|} \left(\dfrac{c_1 - |\Delta \tilde{X}_k|}{c_1 - c_0} \right)^2 & \text{当} c_0 |\Delta \tilde{X}_k| \leqslant c_1 \\ 0 & \text{当} |\Delta \tilde{X}_k| > c_1 \end{cases} \quad (12)$$

式中，$c_0 = 1.0 \sim 1.5$，$c_1 = 3.0 \sim 8.5$。$\Delta \tilde{X}_k$ 为状态不符值统计量。

$$\Delta \tilde{X}_k = \| \tilde{X}_k - \overline{X}_k \| / \sqrt{tr(\sum_{\overline{X}_k})} \quad (13)$$

式中，tr 表示矩阵的迹，$\tilde{X}_k$ 为状态向量参考值，在本文中采用标准 Kalman 滤波解，$\| \tilde{X}_k - \overline{X}_k \|$ 为向量的二范数，如此确定的自适应因子满足 $0 \leqslant a_k \leqslant 1$。

3　双自适应因子滤波

双自适应因子滤波，即为引入两个自适应因子，一个为动力学模型信息自适应因子 a_k，另一个为观测自适应因子 β_k。

双自适应因子滤波解形式如下:

$$\hat{X}_k = (A_k^T \beta_k P_k A_k + a_k P_{\overline{X}_k})^{-1} (A_k^T \beta_k P_k L_k + a_k P_{\overline{X}_k} \overline{X}_k) \quad (14)$$

式中，动力学模型信息自适应因子 a_k 的计算公式可以参考公式(12)；下面列出三段函数观测自适应因子 β_k 计算公式：

$$\beta_i=\begin{cases}1 & \text{当}|v_i|\leqslant\lambda_0\\ \dfrac{\lambda_0}{|v_i|}\left(\dfrac{\lambda_0-|v_i|}{\lambda_1-\lambda_0}\right)^2 & \text{当}\ \lambda_0<|v_i|\leqslant\lambda_1\\ 0 & \text{当}|v_i|>\lambda_1\end{cases}\quad(15)$$

式(15)为根据观测残差特性，观测残差 $V_k=A\hat{X}_k-L_k$，并对 V_k 第 i 个分量进行标准化处理得到 v_i，其中，$\lambda_0=1.0\sim2$，$\lambda_1=3.0\sim8$。

4　模拟数据比较分析

下面应用模拟数据和实测数据并采用三种方案以对比分析 Kalman 滤波处理效果：(1) 标准 Kalman 滤波；(2) 抗差自适应 Kalman 滤波；(3) 双自适应因子 Kalman 滤波算法

简单假设载体在一维空间运动，运动方程为：

$$X=\begin{cases}5\sin(2\pi t/40) & 0\leqslant t<100;\\ -5\sin(2\pi(t-100)/20) & 100\leqslant t<110;\\ 5\sin(2\pi(t-110)/10) & 110\leqslant t\leqslant120\end{cases}\quad(16)$$

式中，观测采样间隔为 $\Delta t=0.1$ s，观测噪声为随即噪声序列，在 Matlab 工具中用函数表达式为：

noise(i) = randn(1,1) ×2 ×((sin($2\pi i\Delta t/2$))) + randn(1,1) ×1，其中 i 表示历元，randn(1,1) 表示为标准正态分布随机数。在历元为 100(1)，200(4)，400(7)，600(4)，800(5) 分别设置粗差，粗差大小分别为 −10，−10，10，12，−11，括弧内数字表示为连续设置的粗差历元个数。滤波模型采用常速度模型，下面列出模拟数据滤波前残差图，如图 1 所示。3 种方案滤波之后的残差图，如图 2、图 3、图 4 所示。误差统计结果表，如表 1 所示。

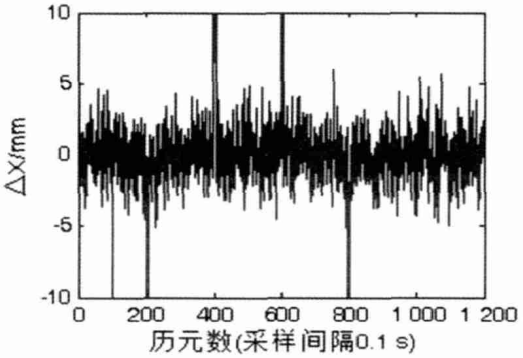

图 1　模拟数据滤波前残差图

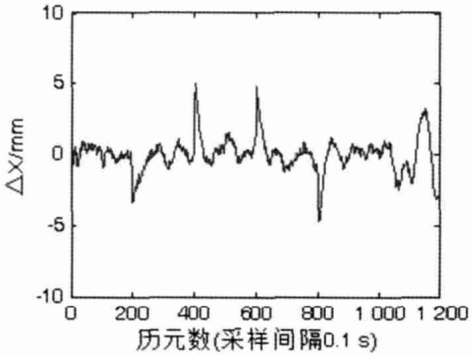

图 2　方案 1 滤波后残差图

表 1　模拟数据误差统计结果表/mm

方案	RMS/(滤波后)	RMS(滤波前)
1	1.190	2.222
2	0.743	2.222
3	0.942	2.222

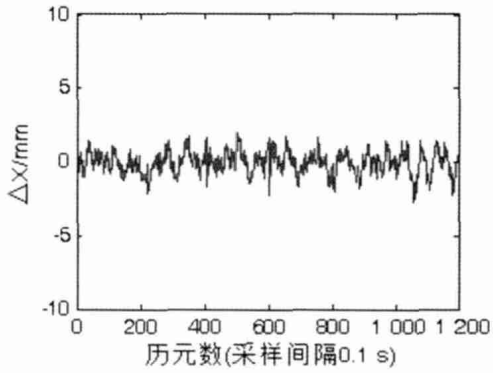

图 3　方案 2 滤波后残差图

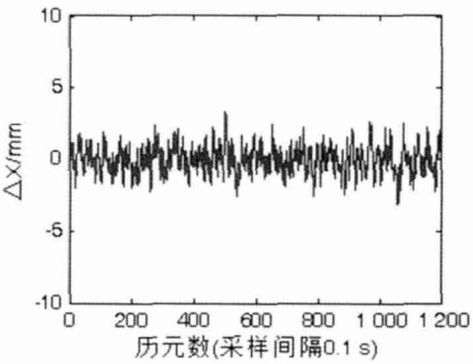

图 4　方案 3 滤波后残差图

由模拟实验计算结果可看出：

(1) 方案一标准 Kalman 滤波，受观测粗差的影响比较大，其不能很好的抵抗观测异常，且当存在较大的模型扰动误差时(1 100 ~ 1 200 历元)，其受模型误差的影响也比较大，滤波残差出现抖动，乃至可能引起滤波的发散。

(2) 方案二和方案三对于模型扰动和观测粗差

都具有一定的抵抗作用，采用一个或两个自适应因子来调节模型信息和观测信息对于估计值的贡献，但方案二单一整体自适应因子结合抗差等价权矩阵的算法在一定程度上优于方案三。

方案二中，其自适应因子的计算综合兼顾了模型信息和观测信息，当运动学模型存在有异常扰动时，其相应的整体自适应因子减小从而比较合理的控制模型信息对状态估计值的影响进而较好的抵抗模型扰动; 当观测信息含有粗差时，其根据新息向量在平稳状态下的特性进而合理地去减小观测信息的权重从而控制观测异常对于状态估值的贡献。

5　实例数据计算与分析

某 18 层在建高楼，对其布设有 9 个沉降监测点并进行 7 天为一期的水准联网观测，其中采用二等水准测量要求进行施测，并尽量保持施测人员、水准路线、仪器、方法的相对固定，其中高程系统采用施工局部高程系。其共进行 28 期观测，对监测数据进行处理并建立 Kalman 滤波模型进行预测和估计，其中状态模型选用常速度模型[12]，常速度模型中，将沉降位移值和沉降速度均视为状态向量。下面以 7 号点为例说明 Kalman 滤波系统的设计。设观测点的状态向量为 $X_k = (X \quad X')^T$，X 为监测点高程，X' 为沉降速率，并根据第一期和第二期观测值选取初值为 $X_0 = (1\,000.4 \quad 0.128)^T$，利用 Matlab 工具进行程序计算。为了检验三种滤波方案的抗差效果，对该点观测数据第 16 期加入 5 mm 的粗差，并对加入粗差后的观测数据进行滤波处理和比较分析，下面列出观测值和三种方案滤波效果图如图 5 所示，以及预测残差和滤波残差统计表如表 2 所示。(剔除第 16 期观测粗差数据后统计)。

表 2　三种方案预测残差和滤波残差统计表/mm

方案	预测残差最大值	预测残差平均值	滤波估计残差最大值	滤波估计残差平均值
方案一	3.78(第 17 期)	0.72	2.48(第 17 期)	0.65
方案二	0.92(第 17 期)	0.26	0.38(第 4 期)	0.17
方案三	2.48(第 17 期)	0.65	0.92(第 17 期)	0.26

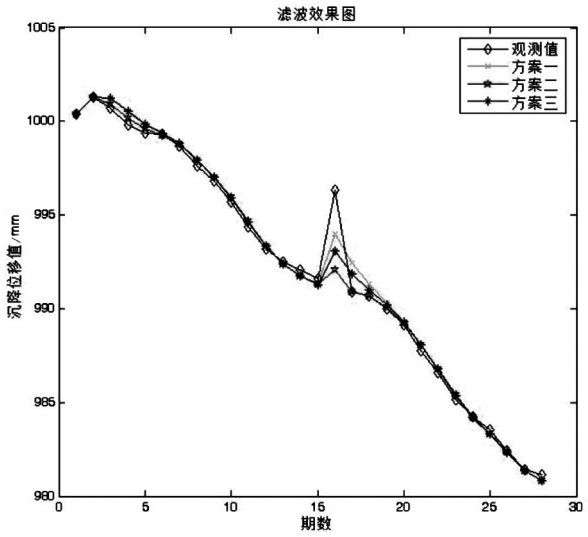

图 5　沉降位移观测值、三种方案滤波滤波效果图

从表 2 和图 5 可看出，Kalman 滤波模型的优点是能够利用原有的观测数据对下一期建筑变形量进行预测，并当得到新一期的观测信息时能够很好的对预测值进行更新改正，即为滤波估计值。当模型信息正常和无观测异常时，标准 Kalman 滤波对于沉降监测数据预测和去噪均具有比较理想的效果，在一定程度上能够进行沉降预报和提高沉降观测精度。当观测信息存在较大地异常偏差时，可以看出方案二优于方案三优于方案一。Klman 滤波模型初始值的选取也十分重要，如果选取不当造成滤波模型误差较大严重甚至可能导致滤波结果发散，本模型中为根据第一期和第二期观测结果选取滤波模型初始值，由于本实例数据中初始第一、二期中观测方法、观测模式不是很稳定造成一定的扰动，从而造成滤波初始值的选取不是很正确，这反映为一定程度的模型误差，从第 3 期至第 5 期结果可以看出方案二对于该模型误差存在一定的抗干扰能力，但当模型趋于稳定时，所建立的 Kalman 滤波模型能够较好的进行预测和估计。

6　结　语

Kalman 滤波是一组递推计算公式，也是一种有效的动态数据处理方法，其应用于建筑物沉降监测应用中，可实时的获得沉降位移、沉降速率等状态信息，以及应用 Kalman 滤波的另一个重要功能是对对沉降位移、沉降速率等进行预测，这对于建筑物沉降观测来说，是一个非常重要的方面，同时当得到新的观测数据时，可对预测状态向量进行更好的拟合和

修正。抗差 Kalman 滤波和双自适应因子滤波对于模型偏差和观测粗差均存在一定的抵抗偏差干扰的能力，两种滤波方法的本质均是当存在偏差干扰时通过调整模型信息或观测信息的权重从而调整其对于状态估计值的贡献；以及在双自适应因子滤波算法中，两个自适应存在一定的相关性。在 Kalman 滤波中，初始值的选择和模型参数的选择也很重要，选择不当将会可能引起滤波的发散；在建筑物沉降监测应用中，可以待观测方法和观测模式稳定后根据前几期观测数据对初始值进行估计选取，为防止因初始值的选取不合理而导致的滤波结果发散。

参考文献：

[1] 伊晓东，李保平. 变形监测技术及应用[M]. 郑州：黄河水利出版社，2007.

[2] 杨学超，吴雷. 多项式预测模型在沉降变形监测当中的应用[J]. 矿山测量，2015，43(2)：98－100.

[3] 杨元喜. 自适应动态导航定位[M]. 北京：测绘出版社，2006.

[4] Yang Y，He H，Xu G. Adaptively robust filtering for Kinematic geodetic positioning[J]. Journal of Geodesy，2001，75(2)：109－116.

[5] Yuanxi Yang，Weiguang Gao. An optimal adaptive Kalman filter[J]. Journal of Geodesy，2006，80(4)：177－183.

[6] Yuanxi Yang，Xianqiang Cui. Adaptively robust filter with multiadaptive factors[J]. Survey Review，2008，40(309)：260－270.

[7] 杨元喜. 动态定位自适应滤波解的性质[J]. 测绘学报，2003，32(3)：189－192.

[8] 苏天祥，文援兰，朱俊. 双自适应因子滤波算法[J]. 测绘学报，2015，44(1)：26－31.

[9] 韩亚坤，文鸿雁，张艺航，等. 基于卡方检验的抗差自适应 Kalman 滤波在变形监测中的应用[J]. 大地测量与地球动力学，2017，37(6)：604－608.

[10] 杨元喜. 抗差估计理论及其应用[M]. 北京：八一出版社，1993.

[11] 伍锡锈，戴吾蛟，罗飞雪. 动态变形监测应用中的 Kalman 滤波方法研究[J]. 工程勘察，2010，38(8)：54－58.

[12] 戴吾蛟，伍锡锈. 变形监测中 Kalman 滤波状态模型的比较分析[J]. 大地测量与地球动力学，2009，29(6)：88－92.

作者简介：伍锡锈，硕士。主要从事 Kalman 滤波，变形监测研究。

(收稿日期：2018－02－13)

(上接第57页)

[5] 李忠明. 西安城市区工程地质环境与岩土工程勘察特点探讨[J]. 煤田地质与勘探，2002(5)：44－46.

[6] 张豪，顾建生. 市政工程基坑变形监测与数据分析[J]. 浙江工业大学学报，2003(5)：571－574.

[7] 汪保，吴晓燕. 襄樊市某建筑场地基坑变形监测方案研究[J]. 科协论坛(下半月)，2012(10)：13－14.

[8] 袁定伟，郑加柱. 建筑基坑变形监测方法分析[J]. 山西建筑，2007(8)：138－139.

作者简介：令紫娟，女(1987－)，甘肃天水人，硕士研究生，2012毕业于西安科技大学，现就职于甘肃工业职业技术学院，从事工程测量相关教学工作，主要研究方向为矿山测量信息系统的开发和地表沉降变形观测。

(收稿日期：2017－03－03)